

ریاضی مهندسی

به زبون آدمیزاد



هر فیل رو میشه قاشق قاشق خورد



NanoAmouz

برای دانلود جدیدترین نسخه این جزوه، روی نماد نانو لرن لمس کنید

مهندس مجتبی احمدی

سلام رفیق، اونم نه هر رفیقی... یکی از بارزش ترین آدمایی که تو این دنیای پرهیاهو هنوز ایستاده و داره ادامه می‌ده 🙌

راستش رو بخوای، زندگی این روزا شبیه یه میدون جنگه...

یه جنگ نابرابر بین آرزوها و واقعیت‌ها، بین امید و ناامیدی...

از بی‌رحمی قیمت‌ها گرفته تا رابطه‌هایی که وسط راه جا می‌زنن...

از دل‌تنگی‌های شبونه تا آینده‌ای که هر چی بیشتر بهش فکر می‌کنی، بیشتر تو مه فرو می‌ره...

اما... همین که تو الان اینجایی، داری می‌خونی، می‌خوای بدونی، می‌خوای یاد بگیری...

گاهی شب‌ها اونقدر بغض جمع میشه که نه خواب می‌مونه نه امید... ولی من می‌دونم: تو قوی‌تر از دردی هستی که کشیدی.

و اگه الان اینجایی، یعنی هنوزم باور داری که یه فردای بهتر حداقل ممکنه.

ببین رفیق...

ما اینجا بیم که یه غول به ظاهر ترسناک رو رام کنیم: ریاضی مهندسی!

اینجا چی کار می‌کنیم؟

ما قراره معادلاتی یاد بگیریم به اسم معادلات دیفرانسیل جزئی (PDE)، که به زبون ساده می‌گن «یه کم مکان رو تغییر بده، ببین زمان چه تغییری می‌کنه». یاد می‌گیریم باهاشون رفتار کنیم، حل‌شون کنیم، و معنی‌شون رو بفهمیم. ابزارهایی مثل سری فوریه، تحلیل فوریه، توابع ویژه، تبدیل لاپلاس و کلی داستان باحال دیگه.

یاد گرفتنش آسون نیست، ولی با هم جلو می‌ریم، قدم به قدم، با مثال، توضیح، تمرین و البته با احترام به زمان و دغدغه‌هاتون.

ممنونم که اینجا بید.

با هم، بدون ترس، با یه لبخند کوچیک و یه ذره امید 😊



حواستون خیلی به خودتون باشه عزیزای دلم، عمرتون محدوده، پس اونو با زندگی کردن به جای دیگران هدر ندید (استیو جابز) ... 🙏🙏🙏

همراه تو تا آخر خط... معتنی اصری

سری فوریه چیه؟ و به چه دردی می‌خوره؟

یه جور تبدیله برای شکستن هر موج یا تابع پیچیده به یه مجموعه از موج‌های ساده‌تر (مثل سینوس و کسینوس) مثلا فرض کن یه آهنگ خیلی پیچیده داری؛ سری فوریه میاد اون آهنگ رو به یه عالمه نت ساده تقسیم می‌کنه. یعنی هر چیز پیچیده رو می‌شکونه به چیزای ساده که راحت‌تر بشه باهاش کار کرد. 🎵

تو چیزایی مثل فشردن صدا، پردازش تصویر، تحلیل سیگنال، مهندسی برق، حتی هوش مصنوعی کاربرد داره. هر جا که با موج و سیگنال سروکار

داریم، سری فوریه یقه شو جر می‌ده!



حالا یه دقیقه اینو ببین، فقط قول بده وحشت نکنی، فرمول سری فوریه دقیقا اینه :

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$$

حالا این سه تا a_0, a_n, b_n ضرایب این سری هستند که اینجوری حساب میشن :

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

یه ذره ریزتر بشیم خیلی راحت میشه گفت که این a_0 در واقع همون میانگین هر موج هستش، این a_n, b_n هم نشون میده سینوس و کسینوس چقدر تو این داستان نقش بازی می‌کنند (یعنی مثلا چقدر از موج‌ها سینوسی و چقدرشون کسینوسی هستند) گرفتی پیشد؟

خب حالا بریم چند تا سوال حل کنیم دستت گرم بشه بازم توضیح میدم نگران نباش جیگر!



معمئین: بلر نیستم

مثلا) سری فوریه $f(x) = x$ رو پیدا کن. (تو بازه $-\pi < x < \pi$)

$$a_0 \text{ محاسبه} : \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \rightarrow \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x dx = 0$$

$$a_n \text{ محاسبه} : \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \rightarrow \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x \cos(nx) dx = 0$$

$$b_n \text{ محاسبه} : \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx \xrightarrow{\text{انتگرال جز به جز}} \frac{2(-1)^{(n+1)}}{n}$$

$$\text{جواب سری فوریه} : f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{(n+1)}}{n} \sin(nx)$$

مثلا) سری فوریه $f(x) = x^2$ رو پیدا کن. (تو بازه $-\pi < x < \pi$)

$$a_0 \text{ محاسبه} : \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \rightarrow \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x^2 dx = \frac{2\pi^2}{3}$$

$$a_n \text{ محاسبه} : \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \rightarrow \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x^2 \cos(nx) dx = \frac{4(-1)^n}{n^2}$$

$$b_n \text{ محاسبه} : \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx \rightarrow \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin(nx) dx = 0$$

$$\text{جواب سری فوريه} : f(x) = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n}{n^2} \cos(nx)$$

مهندس اینجا برای اینکه جزوه شلوغ نشه، همه انتگرال گیری هارو ننوشتیم، ولی اگه واقعا تو انتگرال گیری مشکل داری، به جای خوندن این جزوه، قبلش حتما برو "[انتگرال به زبان آدمیزاد](#)" رو بخون تا راه بیفتی، بعد بیا اینجا در خدمتیم سلطان! دقت کنی چیزی نیست جز اینکه بلد باشی انتگرال بگیری، تهش هم جایگذاری کنی...

$$\text{مثلا) سری فوريه} \quad f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ 1 & 0 < x < \pi \end{cases} \text{ رو پیدا کن.}$$

خب می بینی دیگه؟ تابع چندضابطه ای هستش پس مثل قبل جلو میریم، فقط چون دو تا ضابطه داره، توی دو تا بازه اش، دو تا انتگرال می گیریم و جمع می زنیم، نگاه کن اینجارو :

$$a_0 \text{ محاسبه} : \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \xrightarrow{\text{دو تیکه است}} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^0 0 dx + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} 1 dx \xrightarrow{\text{پس}} \frac{1}{\pi} (0 + \pi) = 1$$

$$a_n \text{ محاسبه} : \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \xrightarrow{\text{دو تیکه است}} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^0 (0) \cos(nx) + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (1) \cos(nx) dx = \frac{1}{\pi} (0 + 0) = 0$$

$$b_n \text{ محاسبه} : \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx \xrightarrow{\text{دو تیکه است}} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^0 (0) \sin(nx) + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (1) \sin(nx) dx = \frac{1}{\pi} \left(0 + \frac{1}{n} (-1)^n - 1 \right) \xrightarrow{\text{تمومه دیگه}} \\ = \frac{1}{n\pi} ((-1)^n - 1) \xrightarrow{\text{مرتب تر}} \frac{1 - (-1)^n}{n\pi}$$

نتیجه سری فوريه

$$f(x) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1 - (-1)^n}{n\pi} \right) \sin(nx) \quad (n \text{ is odd})$$

اون پرانتز رو می بینی؟ دقت کن، این یارو n باید فرد باشه تا جواب بده، اگه زوج باشه کل این سری صفر میشه و دیگه جواب نداریم!

خب حالا یه سوال؟ سری فوريه فقط تو همین بازه $-\pi$ تا π هستش؟ مثلا اگه بازه تابع رو یه چیز دیگه دادن، اونوقت چیکار کنیم؟

معلومه باید بریم سراغ تغییر بازه سری فوريه، این دقیقا همون قبلیه منتها سینوس و کسینوس اش فرق داره، فقط همین، این یه دونه رو بدونی دیگه بقیش سرپایینی هستش!

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_n \cos\left(\frac{n\pi(2x - b - a)}{b - a}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi(2x - b - a)}{b - a}\right) \right)$$

خب اینجا هم دوباره این سه تا a_0, a_n, b_n اینجوری حساب میشن، مثل قبله فقط داخل سینوس و کسینوس شون فرق داره و توی مخرج هم باید دو سر بازه رو از هم کم کنی $(b - a)$ دیگه :

$$a_0 = \frac{2}{b - a} \int_a^b f(x) dx$$

$$a_n = \frac{2}{b - a} \int_a^b f(x) \cos\left(\frac{n\pi(2x - b - a)}{b - a}\right) dx, \quad b_n = \frac{2}{b - a} \int_a^b f(x) \sin\left(\frac{n\pi(2x - b - a)}{b - a}\right) dx$$

اینجوری نگاهش نکن ها!!! این همون قبله منتها کلی تره، مثلاً اولش که سری فوریه رو بهت گفتم، گفتم تو بازه $-\pi$ تا π هستش، درسته؟ حالا همینا رو بیا بزار جای همین a و b میبینی دقیقاً به همون قبلی میرسی! بریم سراغ مثال تا دستت راه بیفته :

(مثلاً) سری فوریه $f(x) = x^2$ رو پیدا کن. (تو بازه ی $0 < x < 2\pi$)

$$a_0 = \frac{2}{b - a} \int_a^b f(x) dx \xrightarrow{a=0, b=2\pi} \frac{2}{2\pi - (0)} \left(\int_0^{2\pi} x^2 dx \right) = \frac{8\pi^2}{3}$$

$$a_n = \frac{2}{b - a} \int_a^b f(x) \cos\left(\frac{n\pi(2x - b - a)}{b - a}\right) dx \xrightarrow{a=0, b=2\pi} \frac{2}{2\pi - (0)} \left(\int_0^{2\pi} x^2 \cos\left(\frac{n\pi(2x - 2\pi - 0)}{2\pi - 0}\right) dx \right) = \frac{4}{n^2}$$

$$b_n = \frac{2}{b - a} \int_a^b f(x) \sin\left(\frac{n\pi(2x - b - a)}{b - a}\right) dx \xrightarrow{a=0, b=2\pi} \frac{2}{2\pi - (0)} \left(\int_0^{2\pi} x^2 \sin\left(\frac{n\pi(2x - 2\pi - 0)}{2\pi - 0}\right) dx \right) = \frac{-4\pi}{n}$$



نتیجه سری فوریه $f(x) = \frac{4\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n^2} \cos(nx) - \frac{4\pi}{n} \sin(nx) \right)$

(مثلاً) سری فوریه $f(x) = \begin{cases} 0 & -5 < x < 0 \\ 3 & 0 < x < 5 \end{cases}$ رو پیدا کن.

$$a_0 = \frac{2}{b - a} \int_a^b f(x) dx \xrightarrow{a=-5, b=5} \frac{2}{5 - (-5)} \left(\int_{-5}^0 0 dx + \int_0^5 3 dx \right) = 3$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{b - a} \int_a^b f(x) \cos\left(\frac{n\pi(2x - b - a)}{b - a}\right) dx \xrightarrow{a=-5, b=5} \frac{2}{5 - (-5)} \left(\int_{-5}^0 0 \cos\left(\frac{n\pi(2x - 5 - (-5))}{5 - (-5)}\right) dx + \int_0^5 3 \cos\left(\frac{n\pi(2x - 5 - (-5))}{5 - (-5)}\right) dx \right) \\ &= \frac{2}{10} \left(0 + \frac{3 \sin(n\pi)}{n\pi} \right) = 0 \end{aligned}$$

میشه $\cos\left(\frac{n\pi(2x)}{10}\right)$

یا $\sin(n\pi)$ صفر میشه، منفعه ی بعد گفتیم چرا

$$b_n = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \sin\left(\frac{n\pi(2x-b-a)}{b-a}\right) dx \xrightarrow{a=-5, b=5} \frac{2}{5-(-5)} \left(\int_{-5}^0 0 \sin\left(\frac{n\pi(2x-5-(-5))}{5-(-5)}\right) dx + \int_0^5 3 \sin\left(\frac{n\pi(2x-5-(-5))}{5-(-5)}\right) dx \right)$$

$$= \frac{2}{10} \left(0 + \frac{15(1 - \cos(n\pi))}{n\pi} \right) = \frac{3(1 - \cos(n\pi))}{n\pi} \quad (n \neq 0)$$

$\sin\left(\frac{n\pi(2x)}{10}\right)$

بچه ها اینجا هم معلومه ديگه كه n نبايد صفر بشه چون جواب رو به فنا ميده، خودت جاش بزار ببين! 😊

نتيجه سري فوريه

$$f(x) = \frac{3}{2} + \frac{3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3(1 - \cos n\pi)}{n\pi} \right) \sin \frac{n\pi x}{5}$$

همينجا اينم ميتوني ياد بگيري كه هميشه $\cos n\pi = (-1)^n$ يعني ميتونيم اين بالايي رو جاي اون كسينوس تو سري بزاريم، فقط خواستم بدوني همين!

خب خوشگلا همينجا يه نکته خودموني بگم؛ هر وقت سينوس و كسينوس با n به چشمت خورد حواست باشه معمولا براي n شرط بايد بزاري، چون اگه

نزاري جواب رو صفر ميكنه، حالا شايد پبرسي اين سينوس و كسينوس كجا ها صفر ميشن؟

سينوس تو زاويه هاي 0 و 180 درجه صفره (يعني 0 و π راديان) پس سينوسي ها اينجا ها صفر ميشن : $\sin(n\pi)$

كسينوس تو زاويه هاي 90 و 270 درجه صفره (يعني $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ راديان) پس كسينوسي ها اينجا ها صفر ميشن : $\cos\left(\frac{n}{2}\pi\right)$

گرفتي؟ الان بيا جاي n بزار $0, 1, 2, 3, 4, \dots$ خودت ببين صفر ميشن!

بازم جزوه ميخواي برو تو نانولرن، ترو خدا از اين و اون جزوه نگير، رفيق ما ميگه از يه دختره يه جزوه خواستم ؛ امروز منو صدا کرده ميگه چرا رك و راست حرف دلتو نميزني؟! 😊😂

مثلا) سري فوريه $f(x) = x$ رو پيدا كن. (تو بازه $-1 < x < 1$)

$$a_0 = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) dx \xrightarrow{a=-1, b=1} \frac{2}{1-(-1)} \left(\int_{-1}^1 x dx \right) = 0$$

$$a_n = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \cos\left(\frac{n\pi(2x-b-a)}{b-a}\right) dx \xrightarrow{a=-1, b=1} \frac{2}{1-(-1)} \left(\int_{-1}^1 x \cos\left(\frac{n\pi(2x-1-(-1))}{1-(-1)}\right) dx \right) = 0$$

$\cos(n\pi x)$ ميشه

$$b_n = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \sin\left(\frac{n\pi(2x-b-a)}{b-a}\right) dx \xrightarrow{a=-1, b=1} \frac{2}{1-(-1)} \left(\int_{-1}^1 x \sin\left(\frac{n\pi(2x-1-(-1))}{1-(-1)}\right) dx \right) = \frac{2(-1)^{(n+1)}}{n\pi}$$

$\sin(n\pi x)$ ميشه

$$\text{نتيجه سري فوريه} \quad f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n\pi} \sin(n\pi x)$$

بخدا قسم فقط دارم انتگرال ميگيرم، فرمول و داستان پيچيده اي نداره، به قيافه اش نگاه كن! چند تا ديگه حل كني قشنگ از آب و گل درمياي!

ما يه سري تابع داريم، بهشون ميگيم زوج (اينا كاپل اند 🥰)، يه سري هم هستنند بهشون ميگيم فرد (اينا سينگل اند 😊)، چجوري؟!



تابع فرد یعنی هر وقت x رو قرینه کنی (یعنی منفی بذاری $-x$)، جواب تابع هم قرینه میشه! اینجوری: $f(-x) = -f(x)$
 مثلاً این تابع ها فرد هستند: $x, x^3, \sin x, \tan x$ چرا؟ معلومه دیگه، به جای x شون بزار $-x$ ، جواب شون هم منفی میشه، نگاه کن:

$$\sin x \xrightarrow{x \rightarrow -x} \sin(-x) = -\sin(x) \qquad x^3 \xrightarrow{x \rightarrow -x} (-x)^3 = -x^3$$

حالا برعکس، تابع زوج یعنی تابعی که وقتی x رو به $-x$ تغییر می‌دی، جواب تابع قرینه نمیشه! اینجوری: $f(-x) = f(x)$
 مثلاً این تابع ها زوج هستند: $x^2, \cos x$ چرا؟ واضحه، به جای x شون بزار $-x$ ، جواب شون منفی نمیشه، نگاه کن:

$$\cos x \xrightarrow{x \rightarrow -x} \cos(-x) = \cos(x) \qquad x^2 \xrightarrow{x \rightarrow -x} (-x)^2 = x^2$$

بیا اینجوری نگاه کنیم: نمودار تابع زوج، مثل یه ورقه است که وقتی از وسط (یعنی محور عمودی) تا می‌کنی، دو طرف دقیقاً میفتن روی هم. یعنی اگر از وسط تا بشه، طرف راست و چپ عین هم می‌شن. اما تابع فرد رو، وقتی از وسط (هم محور افقی و هم عمودی همزمان) تا کنی، میفتن روی هم.

حالا اینا به چه دردی می‌خورند؟ اصلاً چرا گفتیم شون؟ داستان اینه که اینجوری میتونی سریع تر سری فوریه بگیری، **چجوری؟** اینجوری:

اگه تابع فرد باشه حتماً $a_n = 0$ و $a_0 = 0$ به این سری ها، **سری فوریه سینوسی** هم میگن، چون طرف سینوس هاش با خاطر ضرب صفر حذف شده رفته به درک و فقط تیکه سینوسی اش مونده، گرفتی؟

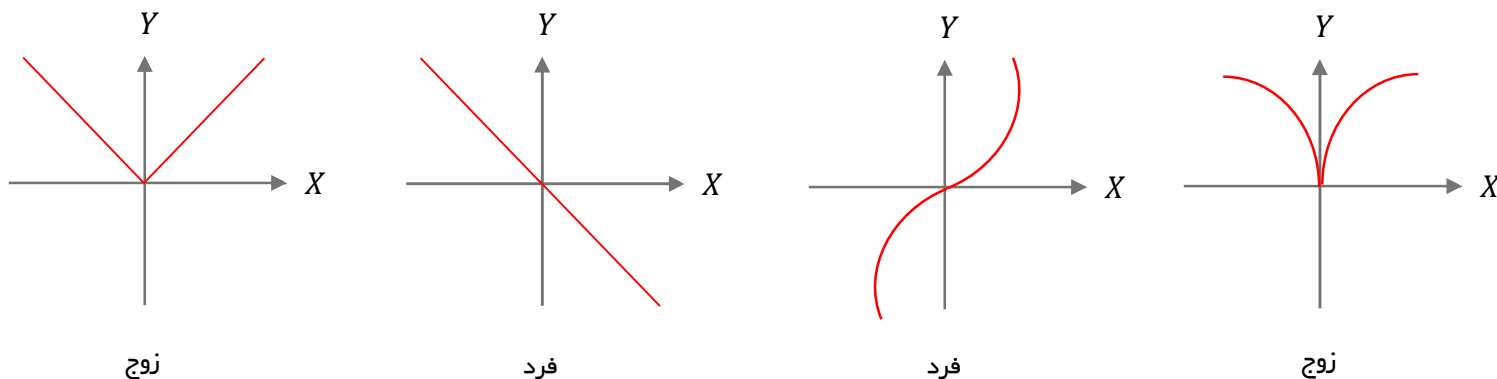
اگه تابع زوج باشه حتماً $b_n = 0$ به این سری ها، **سری فوریه کسینوسی** هم میگن، چون طرف سینوس هاش به خاطر ضرب صفر حذف شده

از کجا بفهمم تابع زوج هستش یا فرد؟

راه اول: به جای x بیا $-x$ بزار ببین جواب نهایی چی میشه، مثل بالا اگه جوابش منفی نشد یعنی زوج، اگه شد یعنی فرد!

راه دوم: اگه دیدی همه توان های x توی تابع زوج هستند، سه سوته میگی حاجی این زوج! مثلاً: $f(x) = x^4 + x^2$

راه سوم: نمودار تابع رو خیلی کوچولو برای خودت سریع بکش ببین نسبت به x, y (یعنی هم افقی و هم عمودی) قرینه میشه یا فقط نسبت به y (یعنی عمودی)، اینجوری اگه عمودی قرینه باشه (یعنی متقارن باشه) خب تابع زوج هستش و برعکس!



پس اگه استادت تو امتحان بهت گفت سری فوریه سینوسی یا کسینوسی رو به دست بیار، معلومه که باید کدوما رو صفر بذاری، از طرفی اگه خودت تشخیص دادی که فلان تابع فرد یا زوج هستش، دیگه از قبل میدونی که آقا مثلاً تابع زوج اون تیکه b_n اش صفره پس دیگه حسابش نمی‌کنی و سریعتر میشی!

سوال امتحان مدل یک) سری فوریه کسینوسی رو به دست بیارید

سوال امتحان مدل دو) این تابع را گسترش زوج بدهید

تشخیص خودت) تابعی که داده زوج هستش

پس چی شد

سوال امتحان مدل یک) سری فوریه سینوسی رو به دست بیارید

سوال امتحان مدل دو) این تابع را گسترش زوج بدهید

تشخیص خودت) تابعی که داده فرد هستش

$b_n = 0$ رو مفر بزار و مابقی محاسبات رو انجام بده

$a_0 = 0$ و $a_n = 0$ رو مفر بزار و مابقی محاسبات رو انجام بده

مثلا) سری فوریه تابع $f(x) = x$ رو در بازه $-1 < x < 1$ بگیر.

خب اینو به بار عقب تر ها حل کردیم، حالا ببین سریع تر؛ چشم بسته میشه گفت چون توانش فرد، تابع فرد هستش، پس $a_n = 0$ و $a_0 = 0$

$$b_n = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \sin\left(\frac{n\pi(2x-b-a)}{b-a}\right) dx \xrightarrow{a=-1, b=1} \frac{2}{1-(-1)} \left(\int_{-1}^1 x \sin\left(\frac{n\pi(2x-1-(-1))}{1-(-1)}\right) dx \right) = \frac{2(-1)^{n+1}}{n\pi}$$

میشه $\sin(n\pi x)$

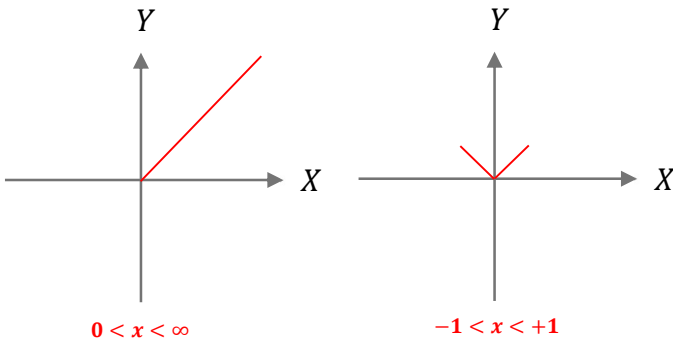
نتیجه سری فوریه

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n\pi} \sin(n\pi x) \quad (n \neq 0 \text{ اگه})$$

آهان پس یعنی هر وقت تابع x رو دیدم، بگم آقا این فرد دیگه، درست؟ نه $+++++$ ، چرا قیمه هارو میریزی تو ماستا جیگر!

بازه اش خیلی مهمه! الان همین تابع x تو بازه $0 < x < \infty$ نه زوجه نه فرد، نمودارشو بکشی تو این بازه می بینی اصلا نسبت به هیچی قرینه نیست!

نمودار مقایسه شونو ببین :



معمولا اگه میخواید دامنه و بازه اذیت تون نکنه و گیج نشید :

ببینید باید دو طرف محور های اصلی باشه، یعنی یه طرف بازه باید منفی باشه

و اون یکی طرفش مثبت، اینجوری مطمئن میشی که آقا این حتما دو طرف افتاده، اون

عددش رو هم یه نگاه بنداز اگه برابر بودن اوکیه، مثلا این $-2 < x < 3$ الان

معلومه که کلا قرینه نیست، چون یه طرف اش بلند تره، پس نه زوجه نه فرد!

خلاصه : بازه هم مهمه، برای راحتی اول دقت کن اگه بازه منفی و مثبت بود و دو طرف برابر بود، حالا برو سراغ اینکه زوج هستش یا فرد، اگه این شرط هارو نداشت،

مطمئن باش نه زوجه نه فرد! دیگه بسته، زیاد نکته گفتنم، کوفتتون بشه!

مثلا) سری فوریه کسینوسی تابع $f(x) = 2x$ رو در بازه $3 < x < 5$ بگیر.

خب مهندس اینجا اصلا مهم نیست، زوجه یا فرد، چرا؟ چون خود یارو گفته آقا هرچی هست تو فقط فوریه کسینوسی بگیر، یعنی $b_n = 0$ و مابقی محاسبات رو انجام بده

$$a_0 = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) dx \xrightarrow{a=3, b=5} \frac{2}{5-(3)} \left(\int_3^5 2x dx \right) = 16$$

$$a_n = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \cos\left(\frac{n\pi(2x-b-a)}{b-a}\right) dx \xrightarrow{a=3, b=5} \frac{2}{5-(3)} \left(\int_3^5 2x \cos\left(\frac{n\pi(2x-5-3)}{5-3}\right) dx \right) = \frac{16 \sin(n\pi)}{n\pi} = 0$$

کار تمومه فقط شاید بررسی چرا آخرش صفر شد؟ ببین تو جای $\sin(n\pi)$ هر عددی از اینا $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ بزاری، سینوس اوجاها صفر میشه، قبلا هم این نکته رو گفته بودم دیگه، یادت نیست؟ برگرد عقب تر بخونش!

$$f(x) = 8 \quad : \quad \text{نتیجه سری فوریه}$$

مشتق سری فوریه

بابا آب خوردن از این سخت تره خداوکیلی، مشتق معمولی که بلد ی بگیری؟ هیچ چیز اضافه ای نداره همونه! از هرکدوم دونه دونه مشتق بگیر...
بیا یه مروری کنیم تا مطمئن بشم یادته :

$$\sin x \xrightarrow{\text{مشتق}} \cos x \quad \cos x \xrightarrow{\text{مشتق}} -\sin x \quad \sin u \xrightarrow{\text{مشتق}} u' \cos u \quad \cos u \xrightarrow{\text{مشتق}} -u' \sin u$$

پس چی شد؟ اگه مشتق **سینوس/کسینوس** رو درحالی که عبارتی داخلشون بود، می گرفتیم، میشد مشتق اون عبارته ضربدر مشتق سینوس/کسینوسه!

ببین تا اینجا چیز جدیدی نگفتم، اینا مال دبیرستانه، ولی اگه واقعا فکر می کنی همینارو هم بلد نیستی، پیشنهاد می کنم یه دور جزوه "مشتق به زبان آدمیزاد" رو هم بخونی! خیلی به کارت میاد از پایه همه مشتق هارو اونجا گفتم!

حالا سری فوریه هم همینه دیگه، تو با سری کاریت نباشه، فقط مشتق تو بگیر جیگر :

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)] \xrightarrow{\text{مشتق}} f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-na_n \sin(nx) + nb_n \cos(nx))$$

نیازی به گفتن نیست دیگه اون a_0 بدبخت چون عدد ثابت بود، مشتق اش صفر میشه سلطان!

خب چیزی که جالبه اینه که، قبول داری مشتق سینوس میشه کسینوس؟ حالا اگه بیای از سینوس سری فوریه بگیری و بعد ازش مشتق بگیری، انگار سری فوریه کسینوس رو به دست آوردی!

این دربارہ همه تابع ها صدق می کنه، یعنی مثلا تو اگه سری فوریه تابع x^2 رو بگیری، بعد از سری فوریه اش مشتق بگیری، انگار سری فوریه $2x$ رو پیدا کردی (چون $2x$ مشتق x^2 هستش دیگه)

یه مثال ساده بزنم که از سری فوریه مشتق بگیری :

$$f(x) = \frac{5}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{n\pi} \cos(nx) - \frac{4}{n^2} \sin(nx) \right) \xrightarrow{\text{مشتق}} f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{3}{\pi} \sin(nx) - \frac{4}{n} \cos(nx) \right)$$

مثلا) سری فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ x & 0 < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$ **رو پیدا کن و بعدش مشتق سری فوریه اش رو هم بنویس!**



$$a_0 = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) dx \xrightarrow{a=-\pi, b=\frac{\pi}{2}} \frac{2}{\frac{\pi}{2} - (-\pi)} \left(\int_{-\pi}^0 0 dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \right) = \frac{\pi}{6}$$

$$a_n = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \cos\left(\frac{n\pi(2x-b-a)}{b-a}\right) dx \xrightarrow{a=-\pi, b=\frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{2}{\frac{\pi}{2} - (-\pi)} \left(\int_{-\pi}^0 0 \cos\left(\frac{n\pi(2x-\pi-(-\pi))}{\pi-(-\pi)}\right) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos\left(\frac{n\pi(2x-\pi-(-\pi))}{\pi-(-\pi)}\right) dx \right) = \frac{(-1)^n - 2}{3n^2}$$

$$b_n = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \sin\left(\frac{n\pi(2x-b-a)}{b-a}\right) dx \xrightarrow{a=-\pi, b=\frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{2}{\frac{\pi}{2} - (-\pi)} \left(\int_{-\pi}^0 0 \sin\left(\frac{n\pi(2x-\pi-(-\pi))}{\pi-(-\pi)}\right) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin\left(\frac{n\pi(2x-\pi-(-\pi))}{\pi-(-\pi)}\right) dx \right) = \frac{2((-1)^n - 1)}{n^2\pi}$$

$$\text{نتیجه سری فوریه : } f(x) = \frac{\pi}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n - 2}{3n^2} \cos\left(\frac{2n\pi x}{3}\right) + \frac{2((-1)^n - 1)}{n^2\pi} \sin\left(\frac{2n\pi x}{3}\right) \right)$$

$$\text{مشتق سری فوریه : } f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2((-1)^n - 2)}{9n} \sin\left(\frac{2n\pi x}{3}\right) + \frac{4((-1)^n - 1)}{3n\pi} \cos\left(\frac{2n\pi x}{3}\right) \right)$$

حاجی درسته این قیافه اش ترسناکه 😱 ، ولی باور کن فقط زیاده وگرنه همش تیکه های ساده ای هستند که وقتی کنار هم هستند گنده به نظر میان! ما شعار مون اینه که هر فیلی رو میشه قاشق قاشق خورد، اینارو هم همینجوری نگاه کن، همه رو باهم نبین، تیکه تیکه و جداگونه نگاهش کن! زندگی مون هم همینه، اگه همه مشکلات مون رو یجا بخوایم حل کنیم، کمرون می‌شکنه، له میشیم، ولی اگه دونه دونه جلو ببریم، غیرممکنه نتونیم، حتی اگه کلش حل نشه، مهم اینه که یه قدم رفتی جلو!

انتگرال سری فوریه

از همه شون دونه دونه انتگرال بگیر؛ همون قاعده مشتق اینجا هم برقراره، یعنی اگه از تابعی سری فوریه بگیری و بعد ازش انتگرال بگیری، انگار سری فوریه انتگرال تابع اصلی رو گیر آوردی! **اگه نفهمیدی دوباره بخون!**

منتها کراش قشنگم 🥰 به این حواست باشه که این مرحله رو گم نکنی؛ وقتی انتگرال می‌گیری یه دونه C خوشگل برات میندازه، درسته؟ برای پیدا کردن این لامصب باید بیای از دو طرف دوباره انتگرال بگیری تو همون بازه، اینجوری صاف پیدااش میشه! بیا تو یه مثال بهت همه چیو نشون بدم...

مثلا) سری فوریه $f(x) = x$ رو تو بازه $-\pi < x < \pi$ گیر بیار ، بعد از طریق اون سری فوریه $f(x) = x^2$ رو پیدا کن.

$$a_0 = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) dx \xrightarrow{a=-\pi, b=\pi} \frac{2}{\pi - (-\pi)} \left(\int_{-\pi}^{\pi} x dx \right) = 0$$

$$a_n = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \cos\left(\frac{n\pi(2x-b-a)}{b-a}\right) dx \xrightarrow{a=-\pi, b=\pi} \frac{2}{\pi - (-\pi)} \left(\int_{-\pi}^{\pi} x \cos\left(\frac{n\pi(2x-\pi-(-\pi))}{\pi-(-\pi)}\right) dx \right) = 0$$

$$b_n = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \sin\left(\frac{n\pi(2x-b-a)}{b-a}\right) dx \xrightarrow{a=-\pi, b=+\pi} \frac{2}{\pi - (-\pi)} \left(\int_{-\pi}^{\pi} x \sin\left(\frac{n\pi(2x-\pi-(-\pi))}{\pi - (-\pi)}\right) dx \right) = -\frac{2(-1)^n}{n}$$

یا همون $\frac{2(-1)^{n+1}}{n}$

نتیجه سری فوریه : $f(x) = x = \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{2(-1)^{n+1}}{n} \sin(nx)$

ولی خواست هست که اگه از انتگرال بگیریم، مستقیم به هدف مون (یعنی x^2) نمی‌رسیم، چون انتگرال تابع اصلی مون که سری فوریه شو به دست

آوردیم میشه $\frac{x^2}{2}$ یعنی ما اگه از سری فوریه اش انتگرال بگیریم، آخرش باید ضربدر دو هم بکنیم تا دقیقاً به خود x^2 برسیم، گرفتی چی شد؟

انتگرال طرف چپ که میشه $\frac{x^2}{2}$ حالا انتگرال طرف راست رو حساب کنیم و مساوی بزاریم :

$$\int -\frac{2(-1)^n}{n} \sin(nx) dx \xrightarrow{\text{ضریب بیاد بیرون}} -\frac{2(-1)^n}{n} \int \sin(nx) dx \xrightarrow{\text{حالا انتگرال گیری}} \frac{2(-1)^n}{n^2} \cos(nx) + C$$

$$\text{تا اینجا کار} \quad \frac{x^2}{2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{n^2} \cos(nx) + C$$

حالا برای پیدا کردن C باید از دو طرفش تو همین بازه دوباره انتگرال بگیریم، اینجوری همه چی نابود میشه و پیداش می‌کنیم :

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{x^2}{2} dx = \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \frac{2(-1)^n}{n^2} \cos(nx) + C \right\} dx \rightarrow \frac{\pi^3}{6} = \underbrace{\frac{2(-1)^n}{n^2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(nx) dx}_{\text{میشه صفر}} + \underbrace{\int_{-\pi}^{\pi} C dx}_{2\pi C} \rightarrow \frac{\pi^3}{6} = 2\pi C \rightarrow C = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\text{پیداش کردیم} \quad \frac{x^2}{2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{n^2} \cos(nx) + \frac{\pi^2}{6}$$

خب اینو الان در دو ضرب کنیم تا درست بشه بره پی کارش :

$$\text{نتیجه انتگرال سری فوریه} : f(x) = x^2 = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n}{n^2} \cos(nx)$$

مثلاً) سری فوریه $f(x) = x^2$ رو تو بازه $-\pi < x < \pi$ گیر بیار، بعد از طریق اون سری فوریه $f(x) = x^3$ رو پیدا کن.

$$a_0 = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) dx \xrightarrow{a=-\pi, b=+\pi} \frac{2}{\pi - (-\pi)} \left(\int_{-\pi}^{\pi} x^2 dx \right) = \frac{2\pi^2}{3}$$

$$a_n = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \cos\left(\frac{n\pi(2x-b-a)}{b-a}\right) dx \xrightarrow{a=-\pi, b=+\pi} \frac{2}{\pi - (-\pi)} \left(\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \cos\left(\frac{n\pi(2x-\pi-(-\pi))}{\pi - (-\pi)}\right) dx \right) = \frac{4(-1)^n}{n^2}$$

$$b_n = \frac{2}{b-a} \int_a^b f(x) \sin\left(\frac{n\pi(2x-b-a)}{b-a}\right) dx \xrightarrow{a=-\pi, b=+\pi} \frac{2}{\pi - (-\pi)} \left(\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin\left(\frac{n\pi(2x-\pi-(-\pi))}{\pi - (-\pi)}\right) dx \right) = 0$$

$$\text{نتیجه سری فوریه} : f(x) = x^2 = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n}{n^2} \cos(nx)$$

مثل قبلی تا اینجا جواب قسمت اول رو گیر آوریم، می‌خوایم بریم سری فوریه x^3 رو هم پیدا کنیم...

$$\int \frac{\pi^2}{3} dx + \int \frac{4(-1)^n}{n^2} \cos(nx) dx \xrightarrow{\text{ضرب بید بیرون}} \int \frac{\pi^2}{3} dx + \frac{4(-1)^n}{n^2} \int \cos(nx) dx \xrightarrow{\text{حالا انتگرال گیری}} \frac{\pi^2 x}{3} + \frac{4(-1)^n}{n^3} \sin(nx) + C$$

$$\text{تا اینجا کار} \quad \frac{x^3}{3} = \frac{\pi^2 x}{3} + \frac{4(-1)^n}{n^3} \sin(nx) + C$$

حالا برای پیدا کردن C باید از دو طرفش تو همین بازه دوباره انتگرال بگیریم، اینجوری همه چی نابود میشه و پیدا می‌کنیم :

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{x^3}{3} = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\pi^2 x}{3} dx + \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \frac{4(-1)^n}{n^3} \sin(nx) + C \right\} dx \rightarrow 0 = 0 + \underbrace{\frac{4(-1)^n}{n^3} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(nx)}_{\text{میشه صفر}} + \underbrace{\int_{-\pi}^{\pi} C}_{2\pi C} \rightarrow 0 = 2\pi C \rightarrow C = 0$$

$$\text{پیدا کردیم} \quad \frac{x^3}{3} = \frac{\pi^2 x}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n}{n^3} \sin(nx)$$

خب اینو الان در سه ضرب کنیم تا درست بشه بره پی کارش :

$$\text{نتیجه انتگرال سری فوریه} \quad f(x) = x^3 = \pi^2 x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{12(-1)^n}{n^3} \sin(nx)$$

سری فوریه مختلط

جیگر این قسمت پر از فرمول هستش، اما کلی تحقیق کردم و دیدم با همین دو تا فرمولی که بهت میگم، همه مدل سوالات رو میتونی حل کنی، عشق می‌کنی ها، اینجا جاییه که همه چیز رو حذف می‌کنم و فقط اون چیزی که نیاز داری رو میگم تا با کمترین زمان، از درسخون‌هاتون هم سبقت بگیری...

برای اینکه بدونی اصلاً اعداد مختلط چی هستند باید بگم اعداد مختلط همون عددهایی‌اند که یه بخش "واقعی" دارن (همون عددای معمولی که می‌شناسیم، مثلاً ۵ یا ۲- یا ۳/۱۴) و یه بخش "موهومی" دارن که با یه واحد خاص به اسم i نشون داده میشه.

$$\text{اون } i \text{ یه عدد عجیبه که تعریفش اینه: } \sqrt{-1} = i \text{ یا همون } i^2 = -1$$

یعنی ما تو عددای معمولی (واقعی) هیچ عددی نداریم که وقتی خودش در خودش ضرب بشه، منفی بشه! ولی تو دنیای مختلطاً همچین چیزی داریم و اسمش رو گذاشتن i

این فقط برای آشنایی بود، برای اینکه اعداد مختلط رو کامل یاد بگیری باید بری جزوه "ریاضی عمومی به زبان آدمیزاد" رو دانلود کنی و بخونی...

ما میتونیم سینوس و کسینوس رو با اعداد مختلط این مدلی بنویسیم (بازم میگم اینارو باید تو ریاضی عمومی خونده باشی، فصل آخر ریاضی مهندسی هم، کامل از صفر تا صد، درباره همین عدد مختلط هاست) :

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}, \quad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2}$$

فکر کنم گرفتی چیشد، سری فوریه همون قبلیه دقیقاً، فقط جای سینوس و کسینوس اش این دوتا رو می‌ذاریم، جالبیش اینه که همه چیز حذف میشه و اینا می‌مونه فقط :

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx} dx$$

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$$

پس ببین ما توی اعداد حقیقی که تا اینجا داشتیم ارزشون فوریه می‌گرفتیم، سه تا فاکتور a_0 و a_n و b_n رو حساب می‌کردیم و می‌زاشتیم توی فرمول اصلی سری فوریه حقیقی و تمام! حالا اینجا کارمون راحت تر هم هست، چون فقط باید یه فاکتور c_n رو حساب کنیم و بزاریم داخل فرمول سری فوریه مختلط و تمام! (در اصل یه دونه c_{-n} هم داریم ولی نیازی نیست بدونی چیه، چون تو حل سوالات به کارت نمیاد، ولی اگه میخوای تخصمی بدونی این برای منفی ها کاربرد داره، فعلا سخت نگیر) فقط انتگرال گیری هاش رو بازم اگه مشکل دارید برید جزوه "انتگرال به زبون آدمیزاد" قسمت انتگرال نمایی ها رو یه مرور بکنید سریع...

مثلا) سری فوریه مختلط $f(x) = 1$ رو تو بازه $-\pi < x < \pi$ گیر بیار...

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx} dx \quad \rightarrow \quad c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-inx} dx \quad \xrightarrow{\text{بعد از انتگرال گیری}} \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

خب برای اینکه سری فوریه مون به چُخ نره، باید $n = 0$ رو بگیریم چون اون یکی حالتش صفر می‌کنه! یعنی الان $c_n = 1$

$$\text{پس سری فوریه مختلط شد} \quad f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx} \quad \xrightarrow{n=0, c_n=1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (1) e^{i(0)x} \quad \xrightarrow{\text{پس}} \quad f(x) = 1$$

مثلا) سری فوریه مختلط $f(x) = x$ رو تو بازه $-\pi < x < \pi$ گیر بیار...

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx} dx \quad \rightarrow \quad c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x e^{-inx} dx \quad \xrightarrow{\text{انتگرال گیری جزء به جزء}} \begin{cases} 0 & n = 0 \\ \frac{i(-1)^n}{n} & n \neq 0 \end{cases}$$

خب بازم برای اینکه سری فوریه مون به چُخ نره، باید $n \neq 0$ رو بگیریم چون اون یکی حالتش صفر می‌کنه! یعنی الان $c_n = \frac{i(-1)^n}{n}$

$$\text{پس سری فوریه مختلط شد} \quad f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx} \quad \xrightarrow{n \neq 0, c_n = \frac{i(-1)^n}{n}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{i(-1)^n}{n} \right) e^{inx}$$

مثلا) سری فوریه مختلط $f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < \pi \\ -1 & -\pi < x < 0 \end{cases}$ رو گیر بیار...

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx} dx \quad \rightarrow \quad c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} e^{-inx} dx + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^0 -e^{-inx} dx \quad \xrightarrow{\text{بعد از انتگرال گیری}}$$

$$\frac{1}{2\pi} \left(\frac{e^{-in\pi}}{-in} - \frac{1}{-in} \right) - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{-in} - \frac{e^{in\pi}}{-in} \right) \quad \xrightarrow{\text{یه کوچولو ساده کاری}} \quad \frac{1}{2\pi} \left[\frac{e^{-in\pi}}{-in} + \frac{e^{in\pi}}{-in} - \frac{2}{-in} \right] = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{e^{-in\pi} + e^{in\pi} - 2}{-in} \right]$$

من بازم تاکید می‌کنم این فقط یه انتگرال گیریه که خودتم میتونی انجام بدی، می‌نویسی بعد هی میای ساده ترش میکنی، به قیافه اش نگاه کن، مرحله مرحله بخون هیچی نداره باور کن!

حالا اینجا برای اینجا داستان رو ساده تر کنیم، از همون اولین تعریفی که برای مختلط ها گفتیم بیا استفاده کنیم یعنی :

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \xrightarrow{\text{پس یعنی}} 2\cos x = e^{ix} + e^{-ix} \quad \text{یا} \quad 2\cos n\pi = e^{in\pi} + e^{-in\pi}$$

ببین یعنی دقت کنی وقتی اینارو به کسینوس شون تبدیل می کنی اون i حذف میشه مابقیش میاد جلوی کسینوس، درسته؟ پس اگه $in\pi$ باشه دوباره اون i حذف میشه و $n\pi$ میاد جلوی کسینوس، فهمیدی چجوری فهمیدم؟

$$\frac{1}{2\pi} \left[\frac{e^{-in} + e^{in\pi} - 2}{-in} \right] \xrightarrow{e^{in\pi} + e^{-in\pi} = 2\cos n\pi} \frac{1}{2\pi} \left[\frac{2\cos n\pi - 2}{-in} \right] \xrightarrow{\text{یادته } \cos n\pi = (-1)^n} \frac{1}{2\pi} \left[\frac{2(-1)^n - 2}{-in} \right]$$

اوستا وقتی یه دونه n می بینی یعنی مهمه که اون n زوج باشه یا فرد! مثلاً الان اگه زوج باشه کلاً جواب صفر میشه درسته؟ پس بیا بنویسیم دیگه :

$$\begin{cases} 0 & n = \text{زوج} \\ \frac{2}{in\pi} & n = \text{فرد} \end{cases}$$

خب بازم برای اینکه سری فوریه مون به چُخ نره، باید **فرد** $n =$ رو بگیریم چون اون یکی حالتش صفر می کنه! یعنی الان $c_n = \frac{2}{in\pi}$

$$\text{پس سری فوریه مختلط شد} \quad f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx} \xrightarrow{c_n = \frac{2}{in\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2}{in\pi} e^{inx}$$

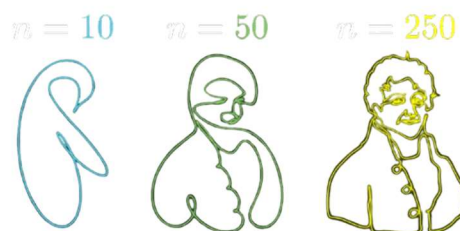
بچه ها یه نکته هم بگم که خفن تر بشید، اون i رو اگه بین صورت و مخرج جابجا کنی، فقط یه منفی توش ضرب میشه!

$$\frac{2}{in\pi} \rightarrow -\frac{2i}{n\pi} : \text{یعنی تو همین مثال برای ساده تر شدن حتی میتونستیم بنویسیم}$$

بازم تکرار می کنم اصلاً هر جا n دیدی سر و کله شرط ها هم پیدا میشه که مثلاً اگه $n = 0$ بود میشد فلان قدر! اگه دقت کنی تو همه سوالات مختلط، ما این شرط هارو داشتیم و نوشتیم!

یه خلاصه واسه کسایی که هنوز نفهمیدن این سری فوریه چیه که داریم حسابش می کنیم؟

ببین عشقم فرض کن یه تابع خیلی پیچیده داریم، با سری فوریه همونو میایم شبیه سازی می کنیم و می گیم تو بیا فرض کن اون تابع مجموعه ای از موج های سینوسی و کسینوسی هستش تا اینجوری راحت تر بتونی درکش کنی، حالا هر چی این سری رو بیشتر بنویسی و ادامه اش بدی (یعنی n بیشتر بدی) اونوقت بیشتر شبیه تابع اصلیت میشه... یعنی دقیق تر میشه... (اگه خونده باشی مثل بسط تیلور می مونه)



خب حالا الان به چه دردمون می خوره؟ تو فصل های بعدی قراره باهاش معادله دیفرانسیل حل کنیم. عجله نکن! 🤔 🤔 🤔 🤔

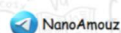
برای دانلود بقیه جزوه هامون فقط روش لمس کنید، همین! 😊

ریاضی مهندسی

به زبون آدمیزاد 2



هر فایل رو میشه فاشک فاشک خورد



برای خودتون و دوستای خودتون، هر روز یک فایل آموزشی رو بهتون میفرستیم

مهندس مجتبی احمدی

ریاضی مهندسی

به زبون آدمیزاد 5



هر فایل رو میشه فاشک فاشک خورد



برای خودتون و دوستای خودتون، هر روز یک فایل آموزشی رو بهتون میفرستیم

مهندس مجتبی احمدی

ریاضی مهندسی

به زبون آدمیزاد 3



هر فایل رو میشه فاشک فاشک خورد

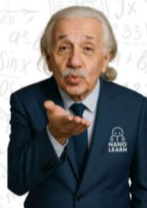


برای خودتون و دوستای خودتون، هر روز یک فایل آموزشی رو بهتون میفرستیم

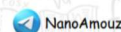
مهندس مجتبی احمدی

ریاضی مهندسی

به زبون آدمیزاد 4



هر فایل رو میشه فاشک فاشک خورد



برای خودتون و دوستای خودتون، هر روز یک فایل آموزشی رو بهتون میفرستیم

مهندس مجتبی احمدی

مشتق

هر فایل رو میشه فاشک فاشک خورد



برای خودتون و دوستای خودتون، هر روز یک فایل آموزشی رو بهتون میفرستیم

مهندس مجتبی احمدی



برای خودتون و دوستای خودتون، هر روز یک فایل آموزشی رو بهتون میفرستیم

مهندس مجتبی احمدی

مشتق

هر فایل رو میشه فاشک فاشک خورد



برای خودتون و دوستای خودتون، هر روز یک فایل آموزشی رو بهتون میفرستیم

مهندس مجتبی احمدی



برای خودتون و دوستای خودتون، هر روز یک فایل آموزشی رو بهتون میفرستیم

مهندس مجتبی احمدی

انتگرال

به زبون آدمیزاد

هر فایل رو میشه فاشک فاشک خورد



برای خودتون و دوستای خودتون، هر روز یک فایل آموزشی رو بهتون میفرستیم

مهندس مجتبی احمدی

انتگرال

به زبون آدمیزاد

هر فایل رو میشه فاشک فاشک خورد



برای خودتون و دوستای خودتون، هر روز یک فایل آموزشی رو بهتون میفرستیم

مهندس مجتبی احمدی

انتگرال

به زبون آدمیزاد

هر فایل رو میشه فاشک فاشک خورد



برای خودتون و دوستای خودتون، هر روز یک فایل آموزشی رو بهتون میفرستیم

مهندس مجتبی احمدی

دیفرانسیل
به زبون آدمیزاد 1

هر فایه رو میشه قاشق خورد

NANO LEARN
NanoAmouz

مهندسی جلالی احمدی

دیفرانسیل
به زبون آدمیزاد 2

هر فایه رو میشه قاشق خورد

NANO LEARN
NanoAmouz

مهندسی جلالی احمدی

دیفرانسیل
به زبون آدمیزاد 3

هر فایه رو میشه قاشق خورد

NANO LEARN
NanoAmouz

مهندسی جلالی احمدی

دیفرانسیل
به زبون آدمیزاد

هر فایه رو میشه قاشق خورد

NANO LEARN
NanoAmouz

مهندسی جلالی احمدی

تفکیک کسر
به زبون آدمیزاد

هر فایه رو میشه قاشق خورد

NANO LEARN
NanoAmouz

مهندسی جلالی احمدی

میانگین میانه مد
به زبون آدمیزاد

هر فایه رو میشه قاشق خورد

NANO LEARN
NanoAmouz

مهندسی جلالی احمدی